Modelo de Programación lineal

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\mbox{\rm min}\,\,\,z=-x_{1}-3x_{2}
\]
\end{document}

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
s.a.
\begin{eqnarray}
2x_{1}+x_{2}+x_{3}&=&5\nonumber\\
x_{1}+3x_{2}+x_{4}&=&9\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
x_{1}\geq 0,\,x_{2}\geq 0,\,x_{3}\geq 0,\,x_{4}\geq 0
\]
\end{document}

Nótese, que en este caso la matriz del sistema es

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\left[
\begin{array}{cccc}
a_{1} & a_{2} & e_{1} & e_{2}
\end{array}
\right]=
\left[
\begin{array}{cccc}
2 & 1 & 1 & 0\\
1 & 3 & 0 & 1
\end{array}
\right]
\]
\end{document}

puede rescribirse como

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\left[
\begin{array}{cccc}
a_{1} & a_{2} & e_{1} & e_{2}
\end{array}
\right]=\left[
\begin{array}{ccccccc}
2e_{1}+e_{2} &\,& e_{1}+3e_{2} &\,& e_{1} &\,& e_{2}
\end{array}
\right]
\]
\end{document}

Y podemos caracterizar el espacio nulo de la matriz A, a partir de

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\alpha_{1}(2e_{1}+e_{2})+\alpha_{2}(e_{1}+3e_{2})+\alpha_{3}e_{1}+\alpha_{4}e_{2}&=&0\nonumber\\
(2\alpha_{1}+\alpha_{2}+\alpha_{3})e_{1}+(\alpha_{1}+3\alpha_{2}+\alpha_{4})e_{2}&=&0\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

De lo cual tenemos que

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
2\alpha_{1}+\alpha_{2}+\alpha_{3}&=&0\nonumber\\
\alpha_{1}+3\alpha_{2}+\alpha_{4}&=&0\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

Equivalentemente

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\begin{eqnarray}
\alpha_{3}&=&-2\alpha_{1}-\alpha_{2}\nonumber\\
\alpha_{4}&=&-\alpha_{1}-3\alpha_{2}\nonumber
\end{eqnarray}
\end{document}

Lo que significa que el espacio nulo de A es de la forma

%FontSize=36
%TeXFontSize=36
\documentclass{article}
\pagestyle{empty}
\begin{document}
\[
\left[
\begin{array}{c}
\alpha_{1}\\
\alpha_{2}\\
-2\alpha_{1}-\alpha_{2}\\
-\alpha_{1}-3\alpha_{2}
\end{array}
\right]=\alpha_{1}\left[
\begin{array}{r}
1\\
0\\
-2\\
-1
\end{array}
\right]+\alpha_{2}\left[
\begin{array}{r}
0\\
1\\
-1\\
-3
\end{array}
\right]
\]
\end{document}

Con lo que podemos afirmar que ningún vector no trivial del espacio nulo de A cumple con las condiciones de no negatividad.